Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

EE881 – PRINCÍPIOS DE COMUNICAÇÕES - 1ª LISTA - 1º Sem 2012 - Prof. Luís Meloni

1) Um experimento consiste no lançamento de um dado fiel. Definem-se dois eventos:
A = {o número 6 ocorre} e
B = {o 2 ou o 5 ocorrem}.
a) Determine *P(A)* e *P(B).*
b) Defina um terceiro evento *C* tal que
P(C) = 1 – P(A) – P(B).

2) Em uma caixa há 500 bolas coloridas: 75 pretas, 150 verdes, 175 vermelhas, 70 brancas e 30 azuis. Quais são as probabilidades de se selecionar uma bola de cada cor?

3) Em três caixas, têm-se capacitores conforme a tabela abaixo. Um experimento consiste em primeiro, aleatoriamente, selecionar uma caixa (assume-se que cada caixa tem a mesma probabilidade de ser selecionada); a seguir, um capacitor da caixa é selecionado.
a) Qual é a probabilidade de selecionar um capacitor de 0.01 μF, dado que a caixa 2 foi selecionada?
b) Se um capacitor de 0.01 μF foi selecionado, qual é a probabilidade de que ele pertença à caixa 3?

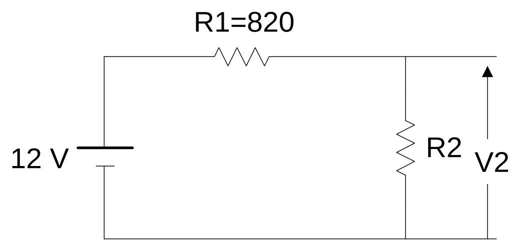
Caixa número:

Valor (μF)	1	2	3	Total
0.01	20	95	25	140
0.1	55	35	75	165
1.0	70	80	145	295
Total	145	210	245	600

4) Uma companhia vende amplificadores de alta-fidelidade capazes de gerar potências de áudio de 10, 25 e 50 W. Ela possui em estoque 100 unidades de 10 W, das quais 15% têm defeito; 70% de unidades de 20 W, das quais 10% têm defeito e 30 unidades de 50 W, das quais 10% têm defeito.
a) Qual é a probabilidade de que um amplificador de 10 W vendido tenha defeito.
b) Se os amplificadores de potências diferentes são vendidos com a mesma probabilidade, qual é a probabilidade de uma unidade selecionada aleatoriamente seja de 50 W e tenha defeito?

5) Uma moeda fiel é lançada três vezes.
a) Defina o espaço amostral S, indicando todos os elementos possíveis. Seja X uma variável aleatória que representa o número de caras obtidos nos três lançamentos. Esboce o mapeamento de S em uma reta real definindo X.
b) Encontre a probabilidade de todos os valores de X.

6) O resistor R_2 do circuito abaixo é escolhido aleatoriamente de uma caixa contendo resistores de 180 Ω, 470 Ω, 1 kΩ e 2.2 kΩ. Todos os resistores têm a mesma probabilidade de serem escolhidos. A tensão V_2 é uma variável aleatória discreta. Encontre o conjunto de valores possíveis de V_2 bem como suas probabilidades associadas.



7) Determine o valor da constante real *a*, tal que

$$f_X(x) = a\,e^{-|x-m|/b}$$

seja uma função de densidade de probabilidade válida (chamada de pdf de Laplace), onde *m* e *b* (*b*>0) são constantes reais.

8) Para uma função de densidade de probabilidade Gaussiana, mostre que

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x-a_x)^2\, f_X(x)\,dx = \sigma_X^2 .$$

9) Uma variável aleatória X tem os valores possíveis $x_i=i^2$, i=1,2,3,4,5; com probabilidades respectivas de ocorrências: 0.4, 0.25, 0.15, 0.1 e 0.1. Determine o valor médio m_X de X.

10) a) Encontre o valor médio, e,

b) a variância da variável aleatória com pdf

$$f_X(x)=\frac{1}{2b}e^{-|x-m|/b},$$

onde b e m são constantes reais, $b>0$.

11) Uma variável aleatória X é distribuída uniformemente no intervalo (-5,15). Uma outra v.a. $Y=e^{-X/5}$ é formada. Encontre E[Y].

12) Uma variável aleatória tem pdf

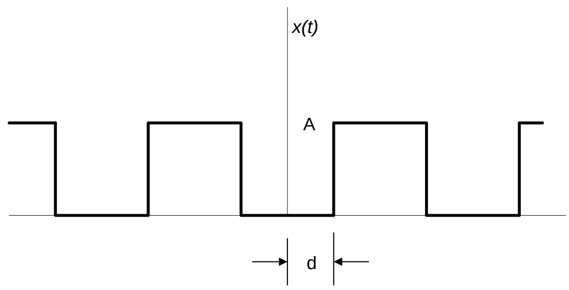
$$f_X(x)=\begin{cases}(\pi/16)\cos(\pi x/8), & -4\le x\le 4\\ 0, & \textit{caso contrário.}\end{cases}$$

Encontre:
a) o valor médio m_X,
b) o segundo momento $E[X^2]$, e,
c) sua variância.

13) A onda quadrada *x(t)* da figura abaixo tem amplitude constante A e período T_0. O atraso d representa a amostra de um processo aleatório X(t). O atraso é aleatório descrito pela pdf

$$f_D(d)=\begin{cases}\dfrac{1}{T_0}, & T_0/2\le d\le T_0/2\\ 0, & \textit{caso contrário}\end{cases}$$

a) Determine a pdf da v.a. $X(t_k)$, obtida pela observação do processo aleatório X(t) no instante t_k.
b) Determine a média e a autocorrelação do processo aleatório de X(t) usando a média de *ensemble*.
c) Determine a média e a função de autocorrelação do processo aleatório de X(t), usando a média temporal.
d) Verifique se o processo X(t) é ergódigo ou não.



14) Se X(t) é um processo aleatório estacionário possuindo valor médio E[X(t)]=3 e função de autocorrelação $R_{XX}=9+2e^{-|\tau|}$, determine:
a) o valor médio, e
b) a variância da variável aleatória

$$Y=\int_0^2 X(t)\,dt.$$

15) Dado o processo aleatório

$$X(t)=A\sin(\omega_0 t+\Theta),$$

onde A e ω_0 são constantes e Θ é uma v.a. uniformemente distribuída no intervalo $(-\pi,\pi)$. Defina um novo processo aleatório $Y(t)=X^2(t)$.

a) Determine a função de autocorrelação de Y(t).

b) Determine a correlação cruzada de X(t) e Y(t).

16) Para o processo aleatório cuja função de autocorrelação está mostrada na figura, encontre:

a) E[X(t)], b) $E[X^2(t)]$ e c) σ_x^2.